CARTILLA DE ACTIVIDADES

COLEGIO: HÉROES DE MALVINAS

CURSO: 1° “E”

ASIGNATURA: MATEMÁTICA

PROFESOR: OSCAR BELTRÁN

AÑO: 2024

Números negativos. Orden y representación

INFOACTIVA

Números negativos

Los números naturales también se denominan enteros positivos.

Los **números negativos** son aquellos que tienen adelante un signo menos. Estos números suelen utilizarse, por ejemplo, para escribir las temperaturas bajo cero, indicar los subsuelos de un edificio, las pérdidas de dinero, las fechas ocurridas antes del nacimiento de Cristo, etc.

$+3 = 3$ ⟵ *Es un entero positivo.* -3 ⟵ *Es un entero negativo.*

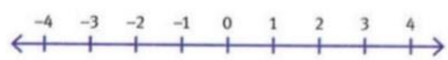
Los enteros negativos, el cero y los enteros positivos forman el conjunto de los **números enteros**.

$...-3, -2, -1, 0, 1, 2, 3...$ *Los puntos suspensivos indican que existen infinitos negativos y positivos.*

Orden y representación

Para representar números enteros en la recta numérica, pueden seguir estos pasos:

1. Se ubica el cero y se determina una distancia entre dos enteros consecutivos.
2. Se representan los negativos a la izquierda del cero y los positivos a la derecha.



A partir de la representación en la recta, se puede decir que un número es mayor que otro que se encuentra a su izquierda.

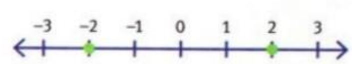
-5 es mayor que -6.

Módulo o valor absoluto

Se llama **módulo** o **valor absoluto** de un número entero a la distancia que existe entre ese número y el cero.

$|-2| = 2$ *Se lee "valor absoluto de −2 es igual a 2".*

$|2| = 2$ *Se lee "valor absoluto de 2 es igual a 2".*



Dos números son opuestos cuando tienen el mismo valor absoluto y distinto signo.

2 y -2 son opuestos. $-(-2) = 2$ *Se lee "el opuesto de −2 es igual a 2".*

TEST de comprensión

1. Respondan y expliquen las respuestas.

a. El cero ¿es positivo? ¿Y negativo?

b. ¿Es cierto que el valor absoluto de un número entero siempre es positivo?

c. Dos números distintos ¿pueden tener el mismo módulo?

Nombre: ______________________ Curso: ________ Fecha: ____/____/____

47

ACTIVIDADES
Números negativos. Orden y representación

1. Indiquen el número entero que corresponde a cada situación.

a. Se realizá un descuento de $20 en la primera compra con tarjeta de crédito. ☐

b. Se acreditan $15 al saldo telefónico por una promoción. ☐

c. La playa de estacionamiento se encuentra en el tercer subsuelo. ☐

d. María Angélica tiene una deuda de $300. ☐

e. En el nordeste de Francia la temperatura llegó a los 15 grados bajo cero. ☐

f. La empresa disminuyó las ventas en un promedio de 5 000 unidades por mes. ☐

2. Escriban una situación que represente el número entero indicado.

Número entero	Situación
−5	
12	
−3	
−9	
5	
8	

3. Completen con <, > o =.

a. -3 ☐ 4

b. -9 ☐ $|-9|$

c. -5 ☐ -2

d. -34 ☐ -1952

e. $|-4|$ ☐ $|-5|$

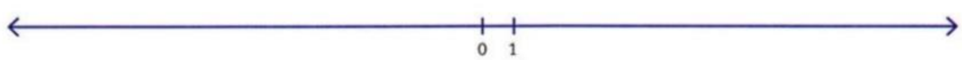
f. -2 ☐ -4

g. $|+3|$ ☐ $|-3|$

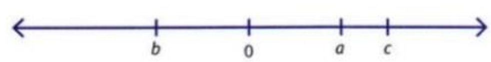
h. $|37|$ ☐ -37

4. Represénten en la recta numérica cada número y su opuesto con un mismo color.

−5; 4; −9; 6; −2; 8



5. Observen y resuelvan teniendo en cuenta que *a*, *b* y *c* representan números enteros.



a. Indiquen el signo de cada uno de los números que representan las letras y expliquen por qué.

____

b. Teniendo en cuenta el ítem anterior, ¿qué signos tendrán $-a$, $-b$ y $-c$?

____

c. ¿Cuál es el opuesto de b?

____

Adición y sustracción

INFO ACTIVAdoS

Para **sumar** (o **restar**) **números enteros** pueden seguir estos pasos:

- Se eliminan los paréntesis.
  -Si el signo que lo precede es +, el signo del número encerrado entre los paréntesis no cambia.

$$8+(+5)=8+5 \qquad -17+(+12)=-17+12$$
$$6+(-2)=6-2 \qquad -15+(-8)=-15-8$$

  -Si el signo que lo precede es –, el signo del número encerrado entre los paréntesis cambia.

$$16-(+14)=16-14 \qquad -17-(+12)=-17-12$$
$$15-(-7)=15+7 \qquad -4-(-9)=-4+9$$

- Se suma (o resta) teniendo en cuenta las siguientes reglas.

Si los números tienen el **mismo signo**, se suman sus módulos y al resultado le corresponde ese mismo signo.	$3+9=12$ $-17-12=-29$
Si los números tienen **distinto signo**, se restan sus módulos y al resultado le corresponde el signo del número con mayor módulo.	$8-3=5$ $-11+2=-9$

Suma algebraica

Una **suma algebraica** es una sucesión de sumas y restas.

Para resolver una suma algebraica, a la suma de los términos positivos se le resta la suma de los módulos de los términos negativos.

$$\underline{2}+\underline{6}-\underline{9}-\underline{1}+\underline{12}-\underline{3}=(2+6+12)-(9+1+3)$$
$$=20-13$$
$$=7$$

Comprensión ACTIVAdA

1. Respondan y expliquen las respuestas.

a. Si a un número se le resta su opuesto, ¿cuál es el resultado?

b. Si la suma entre dos números enteros es 0, ¿cómo son esos números?

c. ¿Está bien resuelta la siguiente suma algebraica?

$9-15+16-7=(9+16)-(15-7)=25-8=17$

5

ACTIVIDADES
Adición y sustracción

33. **Supriman los paréntesis y resuelvan.**

a. –7 + (+16) = ☐
b. 8 + (+9) = ☐
c. 7 + (–15) = ☐
d. –24 + (+8) = ☐
e. 33 + (–11) = ☐
f. –9 + (–6) = ☐
g. –45 + (–37) = ☐
h. –(–14) + (+9) = ☐
i. –62 + (+84) = ☐
j. 5 – (+12) = ☐
k. –22 – (–8) = ☐
l. –54 – (+6) = ☐
m. 63 – (+35) = ☐
n. 28 – (–5) = ☐
ñ. –52 – (–12) = ☐
o. –36 – (+55) = ☐
p. 38 – (+70) = ☐
q. –66 – (–66) = ☐

34. **Lean atentamente y completen la tabla.**

La amplitud térmica es la diferencia entre la temperatura máxima y la mínima.

Ciudad	Temp. mín.	Temp. máx.	Amplitud térmica
Londres	8 °C	15 °C	
Oslo	–10 °C	10 °C	
Lisboa	5 °C	12 °C	
Atenas	–15 °C	22 °C	

35. **Resuelvan las siguientes sumas algebraicas.**

a. –13 + 19 – 15 =
b. –25 + 26 – 28 + 22 =
c. –9 + 5 – 4 – 6 + 1 =
d. –24 + 40 – 16 + 52 – 5 =
e. –66 + 78 – 42 – 26 =
f. 57 – 120 + 48 – 16 + 72 =
g. –20 + 5 – 13 – 4 + 8 =
h. –55 + 42 – 37 + 50 =
i. 240 + 280 – 320 – 170 =
j. –355 + 516 – 88 – 77 =

36. **Completen la tabla con los resultados de cada operación.**

m	p	q	m + p + q	m – p + q	m – (p – q)	–m – p – q
13	12	–11				
–40	50	–30				
–32	66	–28				
0	35	–53				

MENTE ACTIVADA

Los alumnos de segundo año realizaron un experimento con el profesor de Biología. En la primera etapa del experimento lograron congelar una sustancia que originalmente estaba a 26 °C y la disminuyeron 32 °C. En la segunda etapa lograron llevarla a –15 °C.

a. ¿Qué temperatura alcanzó en la primera etapa?
b. ¿Cuántos grados tuvieron que enfriar la sustancia en la segunda etapa?

Multiplicación y división

INFO ACTIVADOS

Para **multiplicar** (o **dividir**) **números enteros** se deben tener en cuenta las siguientes reglas de los signos.

Regla de los signos	
Para la multiplicación	**Para la división**
+ . + = +	+ : + = +
− . − = +	− : − = +
+ . − = −	+ : − = −
− . + = −	− : + = −

El **producto** de dos números enteros de **igual** signo es un número **positivo**.	$5 . 4 = 20$ $-7 . (-2) = +14$
El **producto** de dos números enteros de **distinto signo** es un número **negativo**.	$8 . (-7) = -56$ $(-9) . 2 = -18$
El **cociente** de dos números de **igual signo** es un número **positivo**.	$21 : 7 = 3$ $-16 : (-2) = 8$
El **cociente** de dos números de **distinto signo** es un número **negativo**.	$60 : (-12) = -5$ $-15 : 5 = -3$

Si se multiplican o dividen más de dos números, se deben aplicar las reglas anteriores resolviendo las operaciones de izquierda a derecha.

$(+8) . (-4) . (-3) =$
$(-32) . (-3) = 96$

$(-6) . (-8) : (-12) =$
$(+48) : (-12) = -4$

$(-36) : (+9) : (-4) =$
$(-4) : (-4) = 1$

$(+85) : (-17) . (+18) =$
$(-5) . (+18) = -90$

Comprensión ACTIVADA

1. Respondan y expliquen las respuestas.

a. ¿Cuál es el resultado de 0 : (−5)?

b. ¿Cuál es el resultado de *−500 . 200 . 0*?

c. ¿Qué signo tiene el resultado de una multiplicación de quince factores negativos? ¿Y una de dieciséis factores negativos?

ACTIVIDADES

Multiplicación y división

37. **Resuelvan las siguientes multiplicaciones y divisiones.**

a. –8 . (–7) = ☐
b. –15 . 4 = ☐
c. 12 . (–6) = ☐
d. –15 . (–20) = ☐
e. –40 . (–5) = ☐
f. –32 . 8 = ☐
g. 198 : (–9) = ☐
h. –255 : 15 = ☐
i. –204 : (–12) = ☐
j. –300 : (–15) = ☐
k. –136 : 17 = ☐
l. 243 : (–27) = ☐

38. **Rodeen con color el resultado correcto en cada caso.**

a. –60 : (–12) . (–7) = –35 | 28 | 35
b. –42 . (–3) : (–6) = 35 | –21 | 35
c. –17 . 4 : (–34) = –42 | –21 | 2
d. –14 . (–15) : (–21) = –14 | 10 | –10
e. –24 . 10 : (–60) = –4 | 4 | 6
f. –120 . 35 : (–140) = –40 | –30 | 30

39. **Resuelvan las siguientes operaciones.**

a. –60 : (–12) . 7 = ☐
b. –42 . (–3) : (–6) = ☐
c. –17 . 4 : (–34) = ☐
d. –14 . (–15) : (–21) = ☐
e. –16 . 5 : 20 = ☐
f. –12 . 35 : 28 = ☐
g. –135 : (–9) : (–3) = ☐
h. –900 . 3 : (–10) : (–9) = ☐
i. 1 368 : 12 : 38 . (–16) = ☐
j. –1 950 : (–78) . (–98) : (–35) = ☐

40. **Marquen con una X las afirmaciones correctas.**

a. El producto entre dos números enteros negativos es positivo. ☐
b. El cociente entre un número entero (diferente a cero) y su módulo siempre es 1. ☐
c. Si se multiplica un número por (–1), se obtiene su opuesto. ☐
d. El producto entre siete números enteros negativos es negativo. ☐
e. El cociente entre un número entero negativo y su opuesto es siempre –1. ☐

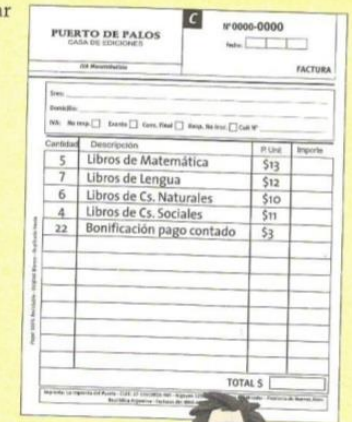
41. **Completen la tabla.**

a	b	c	a . b	b . c	a . b : c	a : b . c
–24	–8	4				
–42	6	–3				
200		10	–5 000			
75	5			–15		
–36		–1		–18		
	–7	–2	196			

6 Operaciones combinadas I

Teóricamente

El empleado de un comercio debía completar la factura y colocar su importe total.


PUERTO DE PALOS
CASA DE EDICIONES

C

Nº 0000-0000

FACTURA

Cantidad	Descripción	P. Unit.	Importe
5	Libros de Matemática	$13	
7	Libros de Lengua	$12	
6	Libros de Cs. Naturales	$10	
4	Libros de Cs. Sociales	$11	
22	Bonificación pago contado	$3	

TOTAL $

Para resolver un cálculo combinado debe respetarse el orden de resolución de las operaciones, que es el siguiente:

1.° Deben resolverse las multiplicaciones y divisiones.
2.° Deben resolverse las sumas y restas.

La expresión que permite calcular el precio total de la venta es:

$$\underbrace{5.13}_{65} + \underbrace{7.12}_{84} + \underbrace{6.10}_{60} + \underbrace{4.11}_{44} - \underbrace{22.3}_{66} =$$
$$\underbrace{65 + 84 + 60 + 44 - 66}_{187} = 187$$

El precio total de la compra es de $ 187.

Hay situaciones en las que se debe alterar el orden de resolución y para ello se colocan los paréntesis necesarios.

Ejemplos donde debe respetarse el orden de resolución:

a. $\underbrace{3.4}_{12} - \underbrace{8:2}_{4} =$
$12 - 4 = 4$

b. $\underbrace{24:3:2}_{} + \underbrace{1}_{} =$
$\underbrace{8:2}_{} + \underbrace{1}_{} =$
$4 + 1 = 5$

c. $\underbrace{-9:3}_{} - \underbrace{8.2}_{} + \underbrace{10}_{} =$
$-3 - 16 + 10 = -9$

d. $\underbrace{4.(-2).3}_{} - \underbrace{(-5).6}_{} =$
$\underbrace{-8.3}_{} - (-30) =$
$-24 - (-30) =$
$-24 + 30 = 6$

Ejemplos donde debe resolverse primero la operación que encierran los paréntesis:

a. $(6 - 3.4):3 + 8 =$
$(6 - 12):3 + 8 =$
$-6 : 3 + 8 =$
$-2 + 8 = 6$

b. $6 - 3.(-2 - 3) + (-10) =$
$6 - 3.(-5) - 10 =$
$6 + 15 - 10 = 11$

c. $30:(4 - 2.7) + (-8:2 - 3).2 =$
$30:(4 - 14) + (-4 - 3).2 =$
$30:(-10) + (-7).2 =$
$-3 + (-14) =$
$-3 - 14 = -17$

Peaje matemático 6

- **Resuelvan las siguientes operaciones combinadas.**

1. $40:20 - 3.5 + 8:4 + 1 =$ __________

2. $-18:3 + 4.5:2 - 36:12.5 =$ __________

3. $3 - 14:7 - 5.4 - 9:3.4 =$ __________

Nombre: __________ 8.° año ____ EGB Fecha: ___ / ___ / ___

Ejercitación 6
Operaciones combinadas I

EJERCICIO 6.1

- **Coloquen los paréntesis necesarios para que las operaciones den el resultado indicado en cada caso.**

1. $12 : 3 + 1 + 5 \,.\, 7 - 3 + 1 = 24$

2. $8 \,.\, 3 : 4 + 2 - 15 : 5 - 4 = -11$

EJERCICIO 6.2

- **Completen el siguiente cuadro.**

	a	b	c	d	$a.b + c.d$	$a.(b + c) - d$	$a - b : c.d$
1.	2	5	1	7			
2.	−3	4	−1	5			
3.	−6	−3	3	−4			
4.	4	−2	−2	20			
5.	−5	−4	−2	−1			

EJERCICIO 6.3

- **Resuelvan las siguientes operaciones combinadas separando previamente en términos.**

1. $5.(-7 + 3) - 12 : (-4) + 20 : (1 - 6) =$

2. $3 - (4.2 - 5.3) + (-6 + 3).8 =$

3. $-21 : (-2 - 5) + (-14) + 6.(8 - 4.3) =$

4. $(-8).3 : (-6) - 15 : (-3).(-2) + 18 : (-1 - 2) =$

5. $(9 - 13).(-5 + 10) - [12 : (-3) + (-11)] =$

6. $(1 - 7) : 3.4 - 16.(-1 + 3) : 8 + (-5 - 10) =$

7 Potenciación de números enteros

Teóricamente

La potenciación es una forma abreviada de escribir una multiplicación de factores iguales.

$a^n = \underbrace{a.a.a.a.a.a ... a}_{\text{n veces}}$

$3^2 = 3.3 = 9 \quad 2^3 = 2.2.2 = 8 \quad 2^4 = 2.2.2.2 = 16 \quad 5^4 = 5.5.5.5 = 625$

La potenciación es una operación entre dos números a y n, llamados base y exponente, respectivamente.

Base → a^n → exponente

Todo número, distinto de 0, elevado al exponente 0 es igual a uno.

$a^0 = 1 \wedge a \neq 0$

Si la base de una potencia es un número entero, este puede ser **positivo o negativo.**

1. Si es **positivo**, es un número natural, y el resultado es siempre un número positivo.

$7^2 = 49 \qquad 3^3 = 27 \qquad 2^6 = 64$

2. Si es negativo debemos analizar las posibles soluciones.

$(-2)^2 = \underbrace{(-2).(-2)}_{\text{2 factores}} = +4 \qquad (-2)^4 = \underbrace{(-2).(-2).(-2).(-2)}_{\text{4 factores}} = +16$

$(-2)^3 = \underbrace{(-2).(-2).(-2)}_{\text{3 factores}} = -8 \qquad (-2)^5 = \underbrace{(-2).(-2).(-2).(-2).(-2)}_{\text{5 factores}} = -32$

Si la cantidad de factores es un número **par** el resultado es **positivo** y si es **impar**, el resultado es negativo.

Como la cantidad de factores depende del exponente, entonces:

Si el exponente es un número **par**, el resultado de la potencia es un número **positivo.**
Si el exponente es un número **impar**, el resultado de la potencia es un número **negativo.**

Se analizan los siguientes casos:

a. $(-5)^2 \neq -5^2$
$(-5).(-5) \neq -(5.5)$
$+25 \neq -25$

c. $(-3)^4 \neq -3^4$
$(-3).(-3).(-3).(-3) \neq -(3.3.3.3)$
$+81 \neq -81$

$(-a)^n \neq -a^n$ si n es par

b. $(-4)^3 = -4^3$
$(-4).(-4).(-4) = -(4.4.4)$
$-64 = -64$

d. $(-2)^5 = -2^5$
$(-2).(-2).(-2).(-2).(-2) = -(2.2.2.2.2)$
$-32 = -32$

Peaje matemático 7

- **Resuelvan cada una de las siguientes potencias.**

1. $(-2)^6$ = ________ **2.** -3^2 = ________ **3.** -5^3 = ________ **4.** $(-1)^7$ = ________

Nombre: ______________________ 8.° año ________ EGB Fecha: ___ / ___ / ___

Ejercitación 7

Potenciación de números enteros

EJERCICIO 7.1

- **Expresen como potencia cada uno de los siguientes productos.**

1. (−1).(−1).(−1) = ______
2. (−5).(−5).(−5).(−5) = ______
3. 3.3.3.3.3 = ______
4. 4.4.4.4.4.4.4 = ______
5. (−7).(−7).(−7).(−7).(−7) = ______
6. 2.2.2.2.2.2.2.2 = ______

EJERCICIO 7.2

- **Calculen cada una de las siguientes potencias.**

1. $(-2)^0 =$ ______
2. $(-1)^5 =$ ______
3. $(-4)^3 =$ ______
4. $(-2)^4 =$ ______
5. $(-3)^5 =$ ______
6. $(-1)^8 =$ ______
7. $(-3)^3 =$ ______
8. $(-4)^2 =$ ______
9. $(-3)^4 =$ ______
10. $-6^2 =$ ______
11. $-4^3 =$ ______
12. $-3^4 =$ ______
13. $-2^6 =$ ______
14. $-1^{10} =$ ______
15. $-5^0 =$ ______
16. $-2^4 =$ ______

EJERCICIO 7.3

- **Completen el siguiente cuadro.**

	a	b	$(a+b)^2$	$(a-b)^2$	$(-a+b)^3$	$(-a-b)^3$
1.	−1	−3				
2.	2	−3				
3.	−2	5				
4.	−4	3				
5.	1	−2				
6.	−5	−1				
7.	−4	−2				
8.	6	−1				
9.	−3	−2				

8 Propiedades de la potenciación

Teóricamente

La potenciación, al igual que las otras operaciones, cumple con algunas propiedades, las cuales nos permiten llegar al resultado de una manera más sencilla.

Producto de potencias de igual base

$2^2.2^3 = 2.2.2.2.2 = 2^5 = 2^{2+3} = 32$

El producto de dos potencias de igual base es otra potencia de la misma base, cuyo exponente es la suma de los exponentes dados.

$a^m.a^n = a^{n+m}$

Cociente de potencias de igual base

$2^5 : 2^3 = \frac{2^5}{2^3} = \frac{\cancel{2}.\cancel{2}.\cancel{2}.2.2}{\cancel{2}.\cancel{2}.\cancel{2}} = 2^{5-3} = 2^2 = 4$

El cociente de dos potencias de igual base es otra potencia de la misma base, cuyo exponente es la resta de los exponentes dados.

$a^m : a^n = a^{m-n}$

Potencia de otra potencia

$(2^3)^2 = (2.2.2)^2 = 2.2.2.2.2.2 = 2^6 = 2^{3.2} = 64$

La potencia de una potencia es otra potencia de la misma base, cuyo exponente es igual al producto de los exponentes dados.

$(a^m)^n = a^{m.n}$

Propiedad distributiva

$(3.2)^2 = 3^2.2^2$	$(10:2)^3 = 10^3:2^3$
$6^2 = 9.4$	$5^3 = 1.000:8$
$36 = 36$	$125 = 125$

La potenciación es distributiva respecto de la multiplicación y la división.

$(a.b)^n = a^n.b^n$
$\wedge \ (a:b)^n = a^n : b^n$

$(2+5)^2 \neq 2^2 + 5^2$	$(4-2)^3 \neq 4^3 - 2^3$
$7^2 \neq 4 + 25$	$2^3 \neq 64 - 8$
$49 \neq 29$	$8 \neq 56$

La potenciación **no** es distributiva respecto de la suma y la resta.

$(a+b)^n \neq a^n + b^n$
$\wedge \ (a-b)^n \neq a^n - b^n$

Peaje matemático 8

- **Resuelvan aplicando la propiedad correspondiente en cada caso.**

1. $3^2.3 =$ ______ **2.** $4^5 : 4^2 =$ ______ **3.** $(2^2)^2 =$ ______ **4.** $(5.3)^2 =$ ______ **5.** $(4:2)^3 =$ ______

Nombre: ______________________ 8.º año ________ EGB Fecha: ____ / ____ / ____

Ejercitación 8

Propiedades de la potenciación

EJERCICIO 8.1

- **Coloquen en el casillero = o ≠, según corresponda en cada caso.**

1. $5^3.5$	□	5^3	**5.** $2^{10}:2^{10}$	□	2	**9.** $(4.7)^5$	□	$4^5.7$
2. $4^2.4$	□	4^3	**6.** $(6^4)^1$	□	6^5	**10.** $(5.8)^4$	□	$5^2.8^2$
3. $9^5:9$	□	9^5	**7.** $(7^3)^0$	□	7^3	**11.** $(10.3)^6$	□	$10^6.3^6$
4. $3^8:3$	□	3^7	**8.** $(8^3)^3$	□	8^9	**12.** $(15:5)^7$	□	$15^7:5^7$

EJERCICIO 8.2

- **Apliquen las propiedades de la potenciación y luego resuelvan.**

1. $(-4)^2 =$ ______________________

2. $(2^2.2)^2 =$ ______________________

3. $(4^3.4.4):(4^2.4) =$ ______________________

4. $(5^4)^2:(5^2)^3 =$ ______________________

5. $(2^5)^0.(2^2)^2 =$ ______________________

6. $(2.3)^2 =$ ______________________

7. $(4:2)^3 =$ ______________________

8. $(2^7:2^5)^3 =$ ______________________

9. $(3.4)^6:(3.4)^4 =$ ______________________

10. $(2^3.3^4)^4:(2^2.3^3)^5 =$ ______________________

EJERCICIO 8.3

- **Simplifiquen las siguientes expresiones utilizando las propiedades de la potenciación.**

1. $a^3.a^4.a.a =$ ______________________

2. $(m^7.m^2):m^5 =$ ______________________

3. $(b^5.b^6):(b^2.b) =$ ______________________

4. $(h^4.h.h):h^3 =$ ______________________

5. $(r^4)^5:(r^6)^2 =$ ______________________

6. $(n^2.n^2)^4:(n^3.n^3)^2 =$ ______________________

7. $(a^8.b^7):(a^5.b^4) =$ ______________________

8. $(s^5.p^4)^3:(s^{11}.p^{12}) =$ ______________________

9. $(t^5.w^3)^5:(t^3.w^4)^3 =$ ______________________

10. $(a^4.a^2.b^7.b^3)^2:(a^{10}.b^{17}) =$ ______________________

9 Radicación de números enteros

Teóricamente

La radicación es una operación entre dos números a y n llamados base e índice, respectivamente.

índice $\rightarrow$ $\sqrt[n]{a}$ $\rightarrow$ base y se define como $\sqrt[n]{a} = b \Leftrightarrow b^n = a$

radical

$\sqrt{25} = 5$, porque $5^2 = 25$ $\sqrt[3]{64} = 4$, porque $4^3 = 64$

$\sqrt[4]{81} = 3$, porque $3^4 = 81$ $\sqrt[5]{32} = 2$, porque $2^5 = 32$

Cómo se leen las raíces:

$\sqrt{4}$: raíz cuadrada de 4.

$\sqrt[3]{8}$: raíz cúbica de 8.

$\sqrt[4]{16}$: raíz cuarta de 16.

$\sqrt[5]{32}$: raíz quinta de 32.

$\sqrt[6]{64}$: raíz sexta de 64.

Cuando el índice de una raíz es 2, no se escribe, $\sqrt{a}$ significa raíz cuadrada de a.

Las raíces de índice par tienen dos soluciones posibles.

$\sqrt{36} = 6$, porque $6^2 = 36$ $\wedge$ $\sqrt{36} = -6$, porque $(-6)^2 = 36$

$\sqrt[4]{16} = 2$, porque $2^4 = 16$ $\wedge$ $\sqrt[4]{16} = -2$, porque $(-2)^4 = 16$

Para las raíces de índice par sólo se considera el resultado positivo.

Si la base de una raíz es un **número entero**, este puede ser **positivo o negativo.**

1. Si la base es un número **positivo**, es un número natural, y el resultado será el número que verifique la definición de la operación.

$\sqrt{64} = 8$ $\sqrt[3]{125} = 5$ $\sqrt[4]{16} = 2$

2. Si es **negativo**, debemos analizar la posibilidad o imposibilidad de hallar el resultado.

$\sqrt[3]{-8} = -2$, porque $(-2)^3 = -8$ $\sqrt[3]{-27} = -3$, porque $(-3)^3 = -27$

$\sqrt{-4}$ y $\sqrt[4]{-16}$ son raíces de base negativa e índice par y no tienen solución, ya que ningún número entero elevado a un exponente par da por resultado un número negativo.

Las raíces de índice par y base negativa no tienen solución en el conjunto de los números enteros.

Peaje matemático 9

- **Resuelvan, de ser posible, cada una de las siguientes raíces.**

1. $\sqrt{81} =$ ____________
2. $\sqrt[3]{125} =$ ____________
3. $\sqrt[4]{10.000} =$ ____________
4. $\sqrt[3]{-64} =$ ____________
5. $\sqrt[3]{-27} =$ ____________
6. $\sqrt{-25} =$ ____________

Nombre:______________________________ 8.º año ________ EGB Fecha: ____ / ____ / ____

Ejercitación 9

Radicación de números enteros

EJERCICIO 9.1

- **Resuelvan.**

1. $\sqrt{121} =$ ______
2. $\sqrt[3]{-27} =$ ______
3. $\sqrt{81} =$ ______
4. $\sqrt[3]{-125} =$ ______
5. $\sqrt[3]{-1} =$ ______
6. $\sqrt{169} =$ ______
7. $\sqrt{400} =$ ______
8. $\sqrt[4]{625} =$ ______

EJERCICIO 9.2

- **Coloquen para cada raíz cuadrada, los números naturales consecutivos entre los cuales se encuentra el resultado de la misma.**

Ejemplos: $1 < \sqrt{2} < 2$; $5 < \sqrt{28} < 6$; $8 < \sqrt{66} < 9$

1. ______ $< \sqrt{8} <$ ______
2. ______ $< \sqrt{10} <$ ______
3. ______ $< \sqrt{15} <$ ______
4. ______ $< \sqrt{20} <$ ______
5. ______ $< \sqrt{37} <$ ______
6. ______ $< \sqrt{50} <$ ______
7. ______ $< \sqrt{73} <$ ______
8. ______ $< \sqrt{110} <$ ______
9. ______ $< \sqrt{150} <$ ______
10. ______ $< \sqrt{200} <$ ______

EJERCICIO 9.3

- **Resuelvan los cálculos y luego hallen las siguientes raíces.**

1. $\sqrt{10.2 - 8:2} =$ ______
2. $\sqrt{45:9.3 + 1} =$ ______
3. $\sqrt{20.5 - 9.4} =$ ______
4. $\sqrt{7.3 + 2.2} =$ ______
5. $\sqrt[3]{4.3 - 4.5} =$ ______
6. $\sqrt[3]{-30 - 17.2} =$ ______
7. $\sqrt[5]{-2 + 6.(-5)} =$ ______
8. $\sqrt[5]{7 - 50.5} =$ ______
9. $\sqrt[3]{8.5:2 + 7} =$ ______

10 Propiedades de la radicación

Teóricamente

Simplificación o amplificación del índice de una raíz

$\sqrt{5^2} = \sqrt{25} = 5$ $\qquad$ $\sqrt[3]{3^3} = \sqrt[3]{27} = 3$ $\qquad$ $\sqrt[4]{2^4} = \sqrt[4]{16} = 2$

Se pueden dividir o multiplicar el índice de la raíz y el exponente de su base por un mismo número distinto de cero y el resultado no se modifica.

$$\sqrt[n]{a^m} = \sqrt[n.b]{a^{m.b}}$$
$$\sqrt[n]{a^m} = \sqrt[n:c]{a^{m:c}} \wedge b \neq 0 \wedge c \neq 0$$

$\sqrt[4]{4^2} = \sqrt{4} = 2$ $\qquad$ $\sqrt{3^4} = 3^2 = 9$

$\sqrt{9} = \sqrt[4]{9^2} = \sqrt[4]{81} = 3$ $\qquad$ $\sqrt[3]{8} = \sqrt[6]{8^2} = \sqrt[6]{64} = 2$

Propiedad cancelativa de los índices

Si dos raíces de igual índice son iguales, entonces sus bases son iguales.

$\sqrt[3]{27} = \sqrt[3]{27}$ $\qquad$ $\sqrt{9} = \sqrt{9}$

$27 = 27$ $\qquad$ $9 = 9$

$$\sqrt[n]{a} = \sqrt[n]{b} \Leftrightarrow a = b$$

Raíz de raíz

La raíz de una raíz es otra raíz de la misma base cuyo índice es el producto de los índices dados.

$$\sqrt[n]{\sqrt[m]{a}} = \sqrt[n.m]{a}$$

$\sqrt{\sqrt{81}} = \sqrt[4]{81} = 3$ $\qquad$ $\sqrt{\sqrt[3]{64}} = \sqrt[6]{64} = 2$

Propiedad distributiva

La radicación **es distributiva** respecto de la **multiplicación** y la **división.**

$\sqrt{4.9} = \sqrt{4}\,.\,\sqrt{9}$ $\qquad$ $\sqrt[3]{1.000:125} = \sqrt[3]{1.000} : \sqrt[3]{125}$

$\sqrt{36} = 2.3$ $\qquad$ $\sqrt[3]{8} = 10 : 5$

$6 = 6$ $\qquad$ $2 = 2$

$$\sqrt[n]{a.b} = \sqrt[n]{a}\,.\,\sqrt[n]{b}$$
$$\sqrt[n]{a:b} = \sqrt[n]{a} : \sqrt[n]{b}$$

La radicación **no es distributiva** respecto de la **suma** y la **resta.**

$\sqrt{36+64} \neq \sqrt{36} + \sqrt{64}$ $\qquad$ $\sqrt{25-16} \neq \sqrt{25} - \sqrt{16}$

$\sqrt{100} \neq 6 + 8$ $\qquad$ $\sqrt{9} \neq 5 - 4$

$10 \neq 14$ $\qquad$ $3 \neq 1$

$$\sqrt[n]{a+b} \neq \sqrt[n]{a} + \sqrt[n]{b}$$
$$\sqrt[n]{a-b} \neq \sqrt[n]{a} - \sqrt[n]{b}$$

Peaje matemático 10

- **Completen con = o ≠, según corresponda.**

1. $\sqrt{36.81}$ ☐ $\sqrt{36}\,.\,\sqrt{81}$
2. $\sqrt{36+81}$ ☐ $\sqrt{36} + \sqrt{81}$
3. $\sqrt{36:81}$ ☐ $\sqrt{36} : \sqrt{81}$
4. $\sqrt{36-81}$ ☐ $\sqrt{36} - \sqrt{81}$

Nombre:______________________ 8.º año ________ EGB Fecha: ____ / ____ / ____

Ejercitación 10

Propiedades de la radicación

EJERCICIO 10.1

- **Simplifiquen los índices y los exponentes de las siguientes raíces y luego resuelvan.**

1. $\sqrt{7^2} =$ ____________
2. $\sqrt{3^4} =$ ____________
3. $\sqrt[3]{2^6} =$ ____________
4. $\sqrt[4]{3^{12}} =$ ____________
5. $\sqrt[4]{25^2} =$ ____________
6. $\sqrt[6]{8^2} =$ ____________
7. $\sqrt[8]{16^2} =$ ____________
8. $\sqrt[10]{32^2} =$ ____________
9. $\sqrt[12]{81^3} =$ ____________
10. $\sqrt[15]{27^5} =$ ____________

EJERCICIO 10.2

- **Completen los espacios vacíos para que se verifiquen las igualdades en cada caso.**

1. $\sqrt{a} = \sqrt[\_\_]{a^6}$
2. $\sqrt[3]{b^2} = \sqrt[9]{b^{\_\_}}$
3. $\sqrt[4]{c} = \sqrt[\_\_]{c^3}$
4. $\sqrt[5]{a} = \sqrt[\_\_]{a^{10}}$
5. $\sqrt[6]{b^9} = \sqrt{b^{\_\_}}$
6. $\sqrt[8]{c^8} = \sqrt{c^{\_\_}}$
7. $\sqrt[7]{a^5} = \sqrt[\_\_]{a^{15}}$
8. $\sqrt[8]{b^5} = \sqrt[40]{b^{\_\_}}$

EJERCICIO 10.3

- **Resuelvan aplicando previamente las propiedades de la radicación.**

1. $\sqrt{\sqrt{81}} =$ ____________
2. $\sqrt[3]{\sqrt{64}} =$ ____________
3. $\sqrt{4.25} =$ ____________
4. $\sqrt[3]{27.1000} =$ ____________
5. $\sqrt[4]{625.81} =$ ____________
6. $\sqrt{100:4} =$ ____________
7. $\sqrt[3]{64:8} =$ ____________
8. $\sqrt[3]{1000:125} =$ ____________

EJERCICIO 10.4

- **Resuelvan aplicando la propiedad distributiva de la radicación.**

1. $\sqrt{2} \,.\, \sqrt{2} =$ ____________
2. $\sqrt{3} \,.\, \sqrt{12} =$ ____________
3. $\sqrt[3]{5} \,.\, \sqrt[3]{200} =$ ____________
4. $\sqrt{18} : \sqrt{2} =$ ____________
5. $\sqrt{75} : \sqrt{3} =$ ____________
6. $\sqrt[4]{80} : \sqrt[4]{5} =$ ____________

11 Operaciones combinadas II

Teóricamente

Para resolver cálculos combinando operaciones entre números enteros, se debe separar en términos y luego resolver respetando el siguiente orden:

1.° Se resuelven las potencias y raíces.
2.° Se resuelven las multiplicaciones y divisiones.
3.° Se resuelven las sumas y restas.

$2.3^2 + 12:2 - \sqrt{36}.5 + 3 =$ Separar en términos.

$2.9 + 12:2 - 6.5 + 3 =$ Resolver las potencias y raíces.

$18 + 6 - 30 + 3 =$ Resolver las multiplicaciones y divisiones.

$(18 + 6 + 3) - 30 =$ Resolver la suma algebraica.

$27 - 30 = -3$

Cuando aparecen paréntesis, estos alteran el orden de resolución de las operaciones y debemos primero resolver las operaciones que encierran.

$(4 - 7)^2 + \sqrt{2.8 + 9} - (32:8 - 6)^3 + (-2 - 8) =$

$(-3)^2 + \sqrt{16 + 9} - (4 - 6)^3 + (-10) =$

$9 + \sqrt{25} - (-2)^3 - 10 =$

$9 + 5 - (-8) - 10 =$

$9 + 5 + 8 - 10 =$

$22 - 10 = 12$

$3.(7.2 - 20) + \sqrt[3]{6.4 + 3} - 2^4 + 36:3^2 =$

$3.(14 - 20) + \sqrt[3]{24 + 3} - 16 + 36:9 =$

$3.(-6) + \sqrt[3]{27} - 16 + 4 =$

$-18 + 3 - 16 + 4 =$

$(3 + 4) - (18 + 16) =$

$7 - 34 = -27$

Peaje matemático 11

- **Resuelvan.**

1. $2^4:(-4) + \sqrt{25.4} + (3.3 - 5)^2 =$

____

____

____

____

____

2. $2^3:(-2) + \sqrt[3]{5^2 + 2} - [8:(-2) + 2]^4 =$

____

____

____

____

____

Nombre: ______________________ 8.° año ________ EGB Fecha: ____ / ____ / ____

Ejercitación 11

Operaciones combinadas II

EJERCICIO 11.1

- **Resuelvan los siguientes cálculos combinados.**

1. $3.(2 - 8) + (-5)^2 - (1 - 7) =$

2. $23 + 6 : \sqrt[3]{-8} - (-9 + 12)^3 =$

3. $-11 + (-2)^3.(-1) + \sqrt{36} =$

4. $(-4.12 + 36)^2 - \sqrt{4.5^2} =$

5. $\sqrt[3]{-125} + 4^3 : (-8) - 2.\sqrt{81} =$

6. $\sqrt{-6^2 + 10^2} - 12 : 2^2 + (7 - 9)^4 =$

7. $\sqrt{(8 : 2 - 7).(-12)} - 3^2 + \sqrt{2} . \sqrt{2} =$

8. $\sqrt{3} . \sqrt{27} - (5 - 3^2)^3 + 8 : 2.(-5) =$

EJERCICIO 11.2

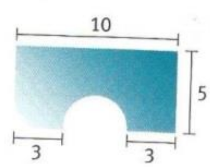
Dadas las siguientes fórmulas:

Perímetro de un rectángulo = 2(base + altura)

Superficie de un rectángulo = base.altura

Longitud de la circunferencia = 2π.radio

Superficie del círculo = π.radio^2



- **Planteen las operaciones que resuelven cada enunciado y resuélvanlo.** (Utilicen $\pi \cong 3$)

1. El perímetro de la figura.

2. La superficie de la figura.

12 El lenguaje de la matemática

Teóricamente

Para expresar enunciados o nociones matemáticas se puede utilizar el lenguaje coloquial o el simbólico.

Lenguaje coloquial	Lenguaje simbólico
El doble de cuatro disminuido en tres.	$2.4 - 3$
El cuadrado de ocho aumentado en diez.	$8^2 + 10$
El siguiente de un número.	$x + 1$
El anterior de un número.	$x - 1$
El cuadrado de la suma de dos números cualquiera.	$(s + y)^2$
La suma de los cuadrados de dos números.	$s^2 + y^2$
Cualquier número mayor que cuatro.	$x > 4$
Cualquier número menor o igual que cinco.	$n \leq 5$
Un número cualquiera, mayor que cero y menor o igual que nueve.	$q > 0 \wedge q \leq 9$

El lenguaje simbólico es de utilidad para expresar generalizaciones, fórmulas o propiedades; simplificar o acortar expresiones; etc.
Muchos problemas se pueden resolver traduciendo los enunciados al lenguaje simbólico.

a. Para ir a la escuela, Federico recorre una cierta distancia solo, y luego el doble de esa distancia la recorre con su amigo Gonzalo. Si desde la casa de Federico a la escuela hay 12 cuadras, ¿cuántas cuadras camina solo?

La traducción al lenguaje simbólico es la siguiente: $d + 2d = 12$
Llamamos d a la distancia que camina Federico solo; la distancia que recorre acompañado, por ser esta el doble, será igual a $2d$ y en total recorre 12 cuadras.

b. Hallar la expresión del área de un rectángulo cuya base supera a la altura en 3 cm.
Si llamamos b a la base del rectángulo, la altura es $b-3$ cm por ser esta 3 cm menor.
La traducción al lenguaje simbólico del área del rectángulo es la siguiente: $b.(b-3 \text{ cm})$

Peaje matemático 12

En un triángulo isósceles, la base es 4 cm menor que cada uno de los lados iguales.
- **Hallen la expresión de su perímetro.**

1. ______________________________

Nombre:______________________ 8.º año ________ EGB Fecha: ____/____/____

Ejercitación 12

El lenguaje de la matemática

EJERCICIO 12.1

- **Traduzcan al lenguaje simbólico y resuelvan.**

1. El cuadrado de cuatro. ______
2. El cubo del opuesto de cinco. ______
3. Diez veces la raíz cuadrada de cuarenta y nueve. ______
4. La raíz cúbica de mil. ______
5. La mitad de treinta. ______
6. El siguiente del cuadrado de ocho. ______
7. El cuadrado de nueve menos la raíz cúbica de sesenta y cuatro. ______
8. El doble de la suma entre tres y cinco. ______
9. El doble de tres, aumentado en cinco. ______
10. El siguiente de menos siete, más el anterior de menos tres. ______

EJERCICIO 12.2

- **Unan con una flecha cada enunciado con la expresión simbólica correspondiente.**

1.	El siguiente de un número	a.	$y < x$
2.	El anterior a un número	b.	x^2
3.	El doble de un número	c.	$x + 1$
4.	El cuadrado de un número	d.	$2x$
5.	Un número menor que otro	e.	$y \geq x$
6.	Un número mayor o igual que otro	f.	$x - 1$

EJERCICIO 12.3

- **Escriban cada uno de los siguientes enunciados en el lenguaje simbólico.**

1. Dos es mayor que uno. ______
2. Nueve no es menor que cinco. ______
3. Siete es mayor que seis y menor que ocho. ______
4. Cualquier número mayor o igual a tres y menor a once. ______
5. Cualquier par de números que sumen diez. ______
6. La suma de los cuadrados de dos números cualquiera. ______
7. El producto de dos números es igual a la mitad de ocho. ______
8. La diferencia entre el cubo y el cuadrado de un número cualquiera. ______
9. El producto de un número y su consecutivo. ______

13 Ecuaciones

Teóricamente

Una **ecuación** es una igualdad en la que hay, por lo menos, un dato desconocido, es decir, una incógnita, y resolverla significa encontrar el o los valores de la incógnita que hacen verdadera la igualdad.

Resolución de una ecuación

En toda ecuación se distinguen dos miembros en la igualdad.

$$\underbrace{2x+7+x-1}_{\text{Primer miembro de la igualdad}} = \underbrace{12-x+2}_{\text{Segundo miembro de la igualdad}}$$

En cada uno de los miembros de una ecuación puede o no haber términos semejantes; si los hay, se debe operar entre ellos.

Términos semejantes:
$4+3+5=12$
$4x+3x+5x=12x$
$4+3x=4+3x$

En el primer miembro:

$$2x+7+x-1 = 3x+6$$

En el segundo miembro:

$$12-x+2 = 14-x$$

La ecuación ahora queda reducida de la siguiente manera:

$$3x+6 = 14-x$$

Los términos de cada uno de los miembros no son semejantes, por lo que no se puede operar entre ellos; así, debemos agrupar términos semejantes en cada uno de los miembros y luego resolver.

$$\begin{aligned} 3x+x &= 14-6 \\ 4x &= 8 \\ x &= 8:4 \\ x &= 2 \end{aligned}$$

Verificación:

$$\begin{aligned} 2.2+7+2-1 &= 12-2+2 \\ 4+7+2-1 &= 12-2+2 \\ 12 &= 12 \end{aligned}$$

Verificar una ecuación es reemplazar el valor obtenido en la misma y comprobar que haga cierta la igualdad.

Pasos a seguir para resolver una ecuación:

1. Separar en términos.
2. Operar en cada miembro (siempre que sea posible).
3. Agrupar en el mismo miembro todos los términos semejantes.
4. Operar en cada miembro.
5. Obtener el valor de la incógnita.
6. Verificar que el resultado obtenido haga cierta la igualdad.

a.
$$\begin{aligned} 3x+2 &= 5x-8 \\ 3x-5x &= -8-2 \\ -2x &= -10 \\ x &= -10:(-2) \\ x &= 5 \end{aligned}$$

b.
$$\begin{aligned} -6x+2 &= 20+3x \\ -6x-3x &= 20-2 \\ -9x &= 18 \\ x &= 18:(-9) \\ x &= -2 \end{aligned}$$

c.
$$\begin{aligned} 7x+10-4-5x &= x+30-3x \\ 2x+6 &= -2x+30 \\ 2x+2x &= 30-6 \\ 4x &= 24 \\ x &= 24:4 \\ x &= 6 \end{aligned}$$

Peaje matemático 13

- **Rodeen con un círculo el valor que verifica la ecuación.**

1. $5x-8=2+10x$ $\quad x=2 \quad x=-1 \quad x=-2 \quad x=1$

Nombre:__________________ 8.º año ______ EGB Fecha: ____ / ____ / ____

Ejercitación 13

Ecuaciones

EJERCICIO 13.3

- **Resuelvan las siguientes ecuaciones y verifíquenlas.**

1. $6x + 30 - 5x = 25$

2. $x - 4 - 3x = -10 + 6$

3. $3x + 2x = 8x - 15$

4. $5x - 15 = 4x + 16$

5. $-3x + 9 = -3 + 2x - 8$

6. $-x - 3 - 5x = -27$

7. $2x - 6 = 3x - 36 + x$

8. $7x - 12 - 12x = -x + 12$

9. $-14 + 3x = 4x + 21 + 4x$

10. $-8x - 10 + 2x = 5x - 3x + 6$

11. $x - 8x - 4 + 7 = 18 + 3x + 5$

12. $-7x + 11 + 4x - 8 = -18$

Nombre:__________ 8.º año _____ EGB Fecha: ___ / ___ / ___

14 Ecuaciones con la aplicación de la propiedad distributiva

Teóricamente

El doble de la edad que Guillermo tendrá dentro de 6 años es igual al triple de la edad que tenía hace 5.

La traducción al lenguaje simbólico de este enunciado es:

$$2(e + 6) = 3(e - 5)$$

Para resolver esta ecuación debe aplicarse la propiedad distributiva y luego resolver.

$$\begin{aligned} 2(e + 6) &= 3(e - 5) \\ 2e + 2.6 &= 3e - 3.5 \\ 2e + 12 &= 3e - 15 \\ 2e - 3e &= -15 - 12 \\ -e &= -27 \\ e &= -27 : (-1) \\ e &= 27 \end{aligned}$$

Guillermo tiene 27 años.

Otros ejemplos:

a. El perímetro de un rectángulo es 24 cm, su base y su altura miden $2x + 3$ cm y $3x - 1$ cm, respectivamente. ¿Cuál es el valor de cada una de ellas?

La traducción al lenguaje simbólico de este enunciado es:

$$2(2x + 3 \text{ cm}) + 2(3x - 1 \text{ cm}) = 24 \text{ cm}$$

Se aplica la propiedad distributiva y luego se resuelve.

$$\begin{aligned} 4x + 6 \text{ cm} + 6x - 2 \text{ cm} &= 24 \text{ cm} \\ 10x + 4 \text{ cm} &= 24 \text{ cm} \\ 10x &= 24 \text{ cm} - 4 \text{ cm} \\ x &= 20 \text{ cm} : 10 \\ x &= 2 \text{ cm} \end{aligned}$$

La base mide: $2.2 \text{ cm} + 3 \text{ cm} = 4 \text{ cm} + 3 \text{ cm} = 7 \text{ cm}$

La altura mide: $3.2 \text{ cm} - 1 \text{ cm} = 6 \text{ cm} - 1 \text{ cm} = 5 \text{ cm}$

b. Resolver la siguiente ecuación:

$$\begin{aligned} -3(5x - 4) - 2(3 - 2x) &= 50 \\ -15x + 12 - (6 - 4x) &= 50 \\ -15x + 12 - 6 + 4x &= 50 \\ -11x + 6 &= 50 \\ -11x &= 50 - 6 \\ x &= 44 : (-11) \\ x &= -4 \end{aligned}$$

Peaje matemático 14

- **Marquen con una x las ecuaciones en las cuales debe aplicarse necesariamente la propiedad distributiva para poder resolverlas.**

1. $7(x - 1) = 14$ ☐

2. $6(x + 2) = 2x$ ☐

3. $3x + 2(x - 5) = 4$ ☐

4. $1 + 3x = 5(4 + 3x)$ ☐

Nombre:________________ 8.º año ______ EGB Fecha: ____ / ____ / ____

Ejercitación 14

Ecuaciones con la aplicación de la propiedad distributiva

EJERCICIO 14.1

- **Resuelvan las siguientes ecuaciones aplicando la propiedad distributiva.**

1. $6(x + 5) - 5x = 25$

2. $5(x - 3) = 4(x + 4)$

3. $3(3 - x) + 9 = 2(x - 4) + 6$

4. $-3(x - 1) + 4 = 6(x - 1) - 5$

5. $3(4 + x) = 5(x + 4) + 1 - 3x$

6. $7x - 4(2x - 1) + 7 = -2(1 - 2x) + 3$

EJERCICIO 14.2

- **Planteen la ecuación y resuelvan los siguientes problemas.**

1. La suma entre un número y el doble de su consecutivo es igual a 35.
¿Cuál es el número?

2. El doble del anterior de un número sumado a su triplo es igual a 13.
¿Cuál es el número?

3. El triple de la suma entre dos números consecutivos es igual a 45.
¿Cuáles son los números?

4. El cuádruple de la edad que tenía Yolanda hace 2 años es igual al doble de la que tendrá dentro de 10. ¿Qué edad tiene Yolanda?

15 Ecuaciones con potenciación y radicación

Teóricamente

Analicemos ecuaciones en las cuales la incógnita está afectada por un exponente.

a. $x^2 = 9$
$\sqrt{x^2} = \sqrt{9}$
$|x| = 3$
$x = 3 \vee x = -3$

b. $x^3 = 8$
$\sqrt[3]{x^3} = \sqrt[3]{8}$
$x = 2$

c. $x^4 = 16$
$\sqrt[4]{x^4} = \sqrt[4]{16}$
$|x| = 2$
$x = 2 \vee x = -2$

d. $x^5 = 243$
$\sqrt[5]{x^5} = \sqrt[5]{243}$
$x = 3$

Si el exponente es par

$\sqrt[n]{x^n} = |x|$

Analicemos ecuaciones en las cuales la incógnita está afectada por el índice de una raíz.

a. $\sqrt{x} = 5$
$(\sqrt{x})^2 = 5^2$
$x = 25$

b. $\sqrt[3]{x} = 4$
$(\sqrt[3]{x})^3 = 4^3$
$x = 64$

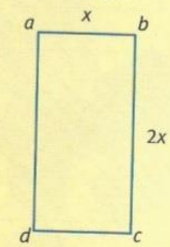
c. $\sqrt[4]{x} = 3$
$(\sqrt[4]{x})^4 = 3^4$
$x = 81$

d. $\sqrt[5]{x} = 2$
$(\sqrt[5]{x})^5 = 2^5$
$x = 32$

$(\sqrt[n]{x})^n = x$

Otros ejemplos:

a. Calcular la medida de los lados de un rectángulo sabiendo que su superficie es de 200 cm².
La traducción al lenguaje simbólico es: $2x.x = 200$



$2x.x = 200$
$2x^2 = 200$
$x^2 = 200:2$
$x^2 = 100$
$\sqrt{x^2} = \sqrt{100}$
$|x| = 10$
$x = 10 \vee x = -10$

En este caso el valor de x que verifica el enunciado es el positivo, ya que las medidas de los lados de un rectángulo no pueden ser negativas.
$\overline{ab} = 10$ cm
$\overline{bc} = 20$ cm

b. $\sqrt{3x-2} = 5$
$3x - 2 = 5^2$
$3x = 25 + 2$
$x = 27:3$
$x = 9$

c. $(2x-3)^2 = 49$
$2x - 3 = \sqrt{49}$
$2x = 7 + 3$
$x = 10:2$
$x = 5$

Peaje matemático 15

- **Resuelvan las siguientes ecuaciones.**

1. $x^2 - 25 = 0$

2. $\sqrt{x} - 12 = 0$

3. $x^3 + 8 = 0$

4. $\sqrt[3]{x} = 3$

Nombre: ______ 8.º año ______ EGB Fecha: ___ / ___ / ___

Ejercitación 15

Ecuaciones con potenciación y radicación

EJERCICIO 15.1

- **Resuelvan las siguientes ecuaciones.**

1. $(x^2 + 3) : 2 = 14$

2. $\sqrt{2x} - 1 = -7$

3. $3(x^3 - 1) = -27$

4. $2\sqrt[3]{x + 2} = -4$

5. $4x^2 - 7 = 29$

6. $\sqrt[4]{5x + 1} = 2$

7. $3 - 2x^2 = -5$

8. $\sqrt[5]{1 - 11x} = -2$

EJERCICIO 15.2

- **Planteen las ecuaciones correspondientes y resuelvan cada uno de los siguientes problemas.**

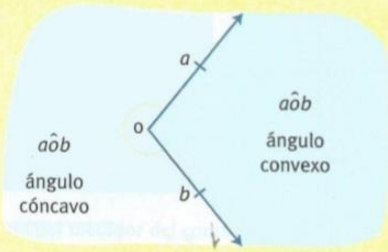
1. La base y la altura de un rectángulo miden $5x$ y $3x$, respectivamente. Si la superficie es de 60 cm², ¿cuánto miden la base y la altura del rectángulo?

2. El lado de un cuadrado mide $3x^2$. Si la superficie es de 144 cm², ¿cuánto mide el lado del cuadrado?

28 Clasificación de ángulos. Bisectriz de un ángulo

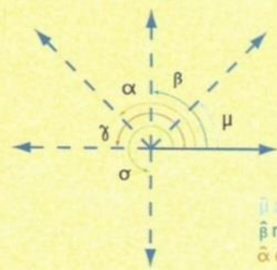
Teóricamente

Un ángulo es la región del plano determinada por dos semirrectas cuyo origen es el mismo punto.



Clasificación de ángulos

Clase	Amplitud	Clasificación
Cóncavo	$180° < \hat{\sigma} < 360°$	Cóncavo
Convexo	$\hat{\gamma} = 180°$	Llano
	$90° < \hat{\alpha} < 180°$	Obtuso
	$\hat{\beta} = 90°$	Recto
	$0° < \hat{\mu} < 90°$	Agudo
	$\hat{\pi} = 0°$	Nulo



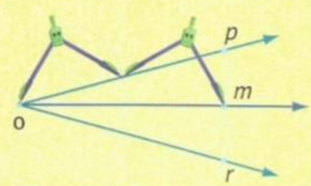
Bisectriz de un ángulo

La semirrecta que divide el ángulo en otros dos ángulos iguales se llama **bisectriz**.

Para trazar la bisectriz de un ángulo, deben tomar el compás, pinchar en el vértice del ángulo y trazar un arco que corte ambos lados.

Desde las intersecciones del arco trazado y los lados del ángulo, sin cambiar la abertura del compás, tracen otros dos arcos.

Con la regla, dibujen una semirrecta con origen en el vértice del ángulo y que pase por el punto común de los dos arcos trazados anteriormente.



$\overrightarrow{om}$ bisectriz de $p\hat{o}r$

Peaje matemático 28

- **Clasifiquen cada uno de los siguientes ángulos.**

1. $\hat{\alpha} = 38°$ ______

2. $\hat{\beta} = 126°$ ______

3. $\hat{\varepsilon} = 180°$ ______

4. $\hat{\gamma} = 90°$ ______

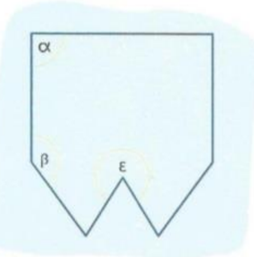
Nombre: __________________ 8.° año ______ EGB Fecha: ___ / ___ / ___

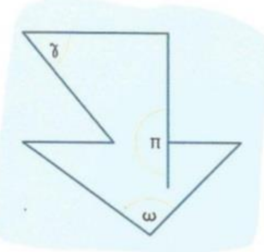
Ejercitación 28

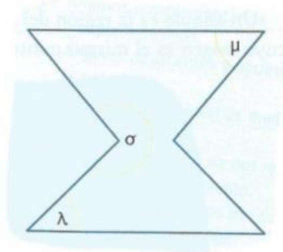
Clasificación de ángulos. Bisectriz de un ángulo

EJERCICIO 28.1

• **Clasifiquen los ángulos marcados en las siguientes figuras.**







1. $\hat{\alpha}$ ______ **4.** $\hat{\gamma}$ ______ **7.** $\hat{\sigma}$ ______

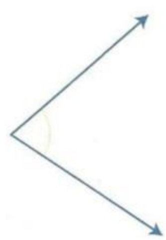
2. $\hat{\beta}$ ______ **5.** $\hat{\pi}$ ______ **8.** $\hat{\mu}$ ______

3. $\hat{\varepsilon}$ ______ **6.** $\hat{\omega}$ ______ **9.** $\hat{\lambda}$ ______

EJERCICIO 28.2

• **Tracen la bisectriz de los siguientes ángulos.**

1.



2.

3.

EJERCICIO 28.3

• **Marquen con una x V (verdadero) o F (falso), según corresponda en cada caso.**

La bisectriz de un ángulo:

1. obtuso determina dos ángulos cóncavos. V ☐ F ☐

2. llano determina dos ángulos rectos. V ☐ F ☐

3. agudo determina dos ángulos obtusos. V ☐ F ☐

4. obtuso determina dos ángulos agudos. V ☐ F ☐

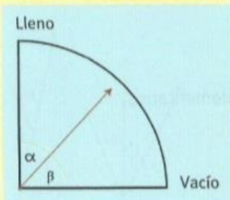
5. agudo determina dos ángulos agudos. V ☐ F ☐

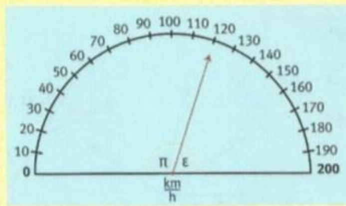
6. cóncavo determina dos ángulos convexos. V ☐ F ☐

29 Ángulos complementarios y suplementarios

Teóricamente

La aguja del medidor del combustible y la del velocímetro determinan, cada una de ellas, dos ángulos.



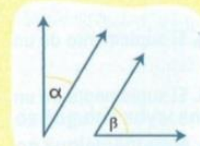


La aguja del medidor del combustible determina dos ángulos cuyas amplitudes siempre suman 90°, independientemente del lugar del recorrido en que se encuentre.

De la misma manera, la suma de los ángulos determinados por la aguja del velocímetro siempre es igual a 180°.

Ángulos complementarios

Dos ángulos son complementarios si la suma de sus amplitudes es igual a 90°.



$\hat{\alpha}$ *y* $\hat{\beta}$ son complementarios porque $\hat{\alpha} + \hat{\beta} = 90°$

$\hat{\gamma} + \hat{\varepsilon} = 90°$

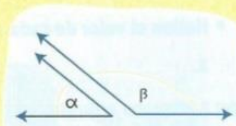
Si $\hat{\gamma} = 35° \Rightarrow \hat{\varepsilon} = 90° - 35° = 55°$

$\hat{\gamma}$ es el complemento de $\hat{\varepsilon}$

$\hat{\varepsilon}$ es el complemento de $\hat{\gamma}$

Ángulos suplementarios

Dos ángulos son suplementarios si la suma de sus amplitudes es igual a 180°.



$\hat{\alpha}$ *y* $\hat{\beta}$ son suplementarios porque $\hat{\alpha} + \hat{\beta} = 180°$

$\hat{\pi} + \hat{\omega} = 180°$

Si $\hat{\pi} = 112° \Rightarrow \hat{\omega} = 180° - 112° = 68°$

$\hat{\pi}$ es el suplemento de $\hat{\omega}$

$\hat{\omega}$ es el suplemento de $\hat{\pi}$

Peaje matemático 29

Dados los ángulos: $\hat{\alpha} = 37°$, $\hat{\beta} = 53°$ y $\hat{\gamma} = 127°$:

- **Completen las siguientes frases con el ángulo correspondiente.**

1. $\hat{\alpha}$ es el complemento de ☐. **2.** $\hat{\beta}$ es el suplemento de ☐. **3.** $\hat{\gamma}$ es el suplemento de ☐

Nombre:____________________ 8.º año ________ EGB Fecha: ____ / ____ / ____

Ejercitación 29

Ángulos complementarios y suplementarios

EJERCICIO 29.1

- **Unan con una flecha cada par de ángulos con la propiedad correspondiente.**

1. $\hat{\alpha} = 30° \text{ y } \hat{\beta} = 60°$
2. $\hat{\alpha} = 45° \text{ y } \hat{\beta} = 3\hat{\alpha}$
3. $\hat{\alpha} = \hat{\beta} = 90°$
4. $\hat{\alpha} = 100° \text{ y } \hat{\beta} = \hat{\alpha} - 20°$
5. $\hat{\alpha} = \hat{\beta} = 45°$

a. $\hat{\alpha}$ y $\hat{\beta}$ son complementarios.

b. $\hat{\alpha}$ y $\hat{\beta}$ son suplementarios.

EJERCICIO 29.2

- **Completen cada una de las siguientes frases con la clasificación correspondiente.**

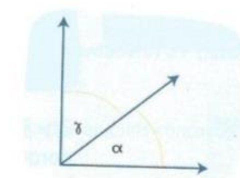
1. El complemento de un ángulo nulo es un ángulo ______.
2. El complemento de un ángulo agudo es un ángulo ______.
3. El complemento de un ángulo recto es un ángulo ______.
4. El suplemento de un ángulo nulo es un ángulo ______.
5. El suplemento de un ángulo agudo es un ángulo ______.
6. El suplemento de un ángulo recto es un ángulo ______.
7. El suplemento de un ángulo obtuso es un ángulo ______.
8. El suplemento de un ángulo llano es un ángulo ______.

EJERCICIO 29.3

- **Hallen el valor de cada uno de los siguientes ángulos.**

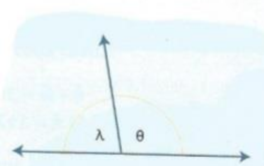
1.

$$\begin{cases} \hat{\gamma} = 3x - 10° \\ \hat{\alpha} = x + 20° \end{cases}$$



2.

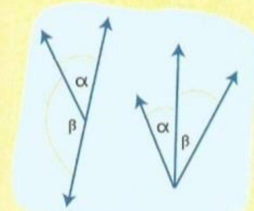
$$\begin{cases} \hat{\lambda} = 9x - 20° \\ \hat{\theta} = 6x + 5° \end{cases}$$



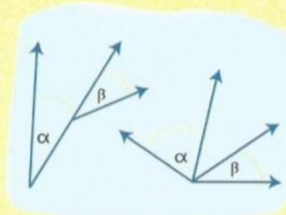
30 Ángulos adyacentes y opuestos por el vértice

Teóricamente

Los ángulos que tienen un lado y un vértice en común son **ángulos consecutivos**.



$\hat{\alpha}$ y $\hat{\beta}$ son consecutivos.

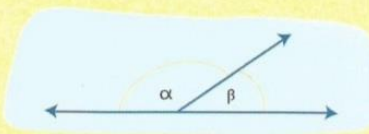


$\hat{\alpha}$ y $\hat{\beta}$ no son consecutivos.

Ángulos adyacentes

Se llama ángulos **adyacentes** a todo par de ángulos que son consecutivos y suplementarios.

Los ángulos adyacentes tienen un lado en común y los otros dos lados son semirrectas opuestas.

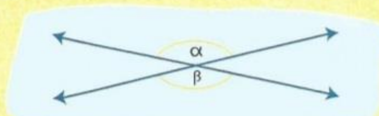


$\hat{\alpha}$ y $\hat{\beta}$ son adyacentes

Los ángulos adyacentes son suplementarios.
$\hat{\alpha} + \hat{\beta} = 180°$

Ángulos opuestos por el vértice

Se llama ángulos **opuestos por el vértice** a todo par de ángulos que tienen el vértice en común y sus lados son semirrectas opuestas.



$\hat{\alpha}$ y $\hat{\beta}$ son opuestos por el vértice

Los ángulos opuestos por el vértice son iguales.
$\hat{\alpha} = \hat{\beta}$

Peaje matemático 30

- **Calculen el ángulo adyacente a** $\hat{\varepsilon} = 86°$.

Nombre:__________ 8.º año ______ EGB Fecha: ___ / ___ / ___

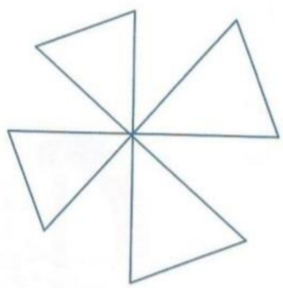
Ejercitación 30

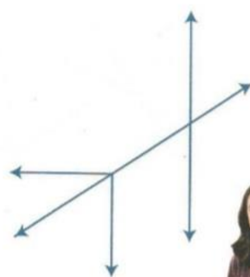
Ángulos adyacentes y opuestos por el vértice

EJERCICIO 30.1

- **Marquen en cada una de las siguientes figuras.**

1. Con rojo, un par de ángulos adyacentes.
2. Con azul, un par de ángulos opuestos por el vértice.





EJERCICIO 30.2

- **Marquen con una x la opción correcta en cada caso.**

1. Los ángulos consecutivos:
   - a. siempre son adyacentes. ☐
   - b. a veces son adyacentes. ☐
   - c. nunca son adyacentes. ☐

2. Los ángulos adyacentes:
   - a. siempre son consecutivos. ☐
   - b. a veces son consecutivos. ☐
   - c. nunca son consecutivos. ☐

3. Los ángulos adyacentes:
   - a. siempre son complementarios. ☐
   - b. siempre son suplementarios. ☐
   - c. siempre son iguales. ☐

4. Los ángulos opuestos por el vértice:
   - a. siempre son complementarios. ☐
   - b. siempre son suplementarios. ☐
   - c. siempre son iguales. ☐

5. Los ángulos opuestos por el vértice:
   - a. a veces son adyacentes. ☐
   - b. nunca son adyacentes. ☐
   - c. siempre son adyacentes. ☐

6. Los ángulos opuestos por el vértice:
   - a. a veces son complementarios. ☐
   - b. nunca son complementarios. ☐
   - c. siempre son suplementarios. ☐

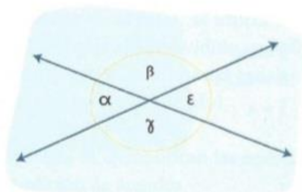
Ejercitación 30

Ángulos adyacentes y opuestos por el vértice

EJERCICIO 30.3

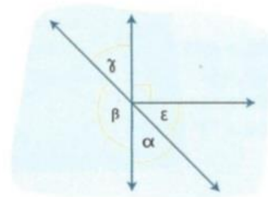
- **Hallen el valor de cada uno de los ángulos en las siguientes figuras.**

1.



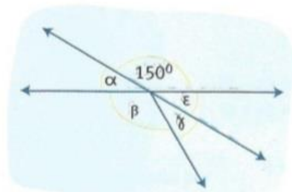
$\hat{\alpha} + \hat{\varepsilon} = 70°$

3.



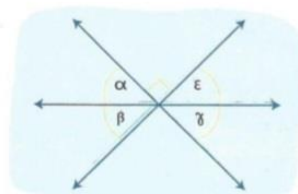
$\hat{\alpha} = \hat{\varepsilon}$

2.



$\hat{\varepsilon} = \hat{\gamma}$

4.



$\hat{\beta} = \hat{\gamma}$

EJERCICIO 30.4

- **Planteen y calculen en cada caso cada uno de los ángulos.**

1. $\hat{\pi}$ y $\hat{\beta}$ son opuestos por el vértice y el complemento de $\hat{\pi}$ mide 35°.

2. $\hat{\varepsilon}$ y $\hat{\gamma}$ son adyacentes y el complemento de $\hat{\gamma}$ mide 27°.

3. $\hat{\alpha}$ y $\hat{\beta}$ son opuestos por el vértice y el adyacente de $\hat{\beta}$ mide 104°.

4. $\hat{\gamma}$ y $\hat{\pi}$ son adyacentes y el opuesto por el vértice de $\hat{\gamma}$ mide 83°.

Nombre: ____________ 8.° año ______ EGB Fecha: ___ / ___ / ___